



**Sapiientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem  
Marosvásárhelyi Kar**

**Felvételi, 2026 szeptember  
- alapképzés, matematika tétel -  
B. variáns**

A tételeket részletesen ki kell dolgozni. Hivatalból 10 pont jár. Munkaidő 3 óra.

**I. Tétel (30 pont)**

1. Számítsd ki a  $(a_n)_{n \geq 1}$  számtani sorozat első tíz tagjának összegét ha  $a_2 = 7$ ,  $a_4 = 4$ .
2. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax - 1$  függvény,  $a \in \mathbb{R}$ . Milyen  $a$  értékre teljesül az  $f(a - 2) = f(0) \cdot f(1)$  feltétel?
3. Oldd meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:

$$\ln(x + 6) = \ln(x) + \ln(8 - x)$$

4. Határozd meg annak a valószínűségét, hogy az egyjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott  $p$  számra teljesüljön a  $2^{p+1} - 6 \in [0, 1000]$  feltétel!
5. Az  $xOy$  koordináta-rendszerben adottak az  $A(-6, 7)$ ,  $B(9, -2)$  pontok. Ha  $M$  az  $AB$  szakasz közepe, igazold, hogy  $OM \perp AB$ , ahol  $O(0, 0)$  az origó.
6. Igazold, hogy  $\frac{\tan(\frac{\pi}{3})}{\cos(\frac{\pi}{6})\sin(\frac{\pi}{2}) + \sin(\frac{\pi}{6})\cos(\frac{\pi}{2})}$  egész szám!

**II. Tétel (30 pont)**

1. Adott az  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a-1 \\ 3a-3 & 3a-2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrix,  $a \in \mathbb{R}$ .  
(a) Igazold, hogy  $3 \cdot A(3) - 2 \cdot A(2) = A(5)$ .



**Sapiientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem  
Marosvásárhelyi Kar**

- (b) Számítsd ki a  $A(2) \cdot (A(3) - I_2)$  mátrixot, ahol  $I_2$  az egységmátrix.
- (c) Határozd meg az  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  mátrixot amelyre  $2X \cdot A(2) - A(2) = A(6)$
2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x * y = xy - \frac{x+y}{2} + 3$  műveletet.
- (a) Számítsd ki az  $(-1) * 3$  értéket!
- (b) Határozd meg azokat az  $x$  valós számokat amelyre  $x * 3 = 2x$ .
- (c) Határozd meg azokat az  $(m, n)$  természetes számpárokat, amelyekre

$$(m - n) * (m + n) = m^2.$$

### III. Tétel (30 pont)

Adott az  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2(1+x)^2}$  függvény.

1. Határozd meg az  $f$  függvény maximális értelmezési tartományát!
2. Számítsd ki a következő határértékeket:

$$L_1 = \lim_{x \nearrow 0} f(x), L_2 = \lim_{x \searrow 0} f(x), L_3 = \lim_{x \nearrow -1} f(x), L_4 = \lim_{x \searrow -1} f(x),$$
$$L_5 = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), L_6 = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

3. Határozd meg az  $f$  függvény aszimptotáit!
4. Igazold, hogy  $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$  és számítsd ki a  $L_7 = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(k)$  határértéket!
5. Számítsd ki a függvény deriváltját!
6. Számítsd ki az  $I = \int_2^3 f(x) dx$  integrált!